

數學領域教學活動設計

教學單元	怎樣解題－鋪地磚求規律（一節課）	教學時間	99 年 4 月 30 日
教學年級	國小六年級	教學者	臺北市武功國小黃珣懿
教學地點	臺北市福林國小	教材來源	自編
參考資料	黃敏晃（2000）。規律的尋求。臺北：心理。 數學領域課程綱要（2003）。 康軒版五下數學、南一版五下數學、康軒版六下數學、南一版六下數學		
教學目標	1. 透過布題的討論和觀察，簡化問題後察覺數量的樣式，進而發現數量樣式的一般式。 2. 使用文字符號表徵生活情境中的數量關係，及了解表徵式的異同。 3. 用文字符號表徵生活情境問題中的未知量，並列成等式。		
對應能力指標	一、階段能力指標：【92 正綱】 A-3-05 (N-3-14) 能理解生活中常用的數量關係，並恰當運用於解釋問題或將問題列成算式。 C-T-02 能把情境中數、量、形之關係以數學語言表出。 C-S-03 能瞭解如何利用觀察、分類、歸納、演繹、類比等方式來解決問題。 C-S-05 能了解一數學問題可有不同的解法，並嘗試不同的解法。 C-C-05 能用數學語言呈現解題的過程。 C-C-06 能用一般語言與數學語言說明解題的過程。 C-C-08 能尊重他人解決數學問題的多元想法。 C-E-04 能評析解法的優缺點。 二、年級能力指標：【92 正綱】 6-n-10 能利用常用的數量關係，列出恰當的算式，進行解題，並檢驗解題的合理性。		
教學研究	【教材設計背景知識】 壹、Pattern Pattern在數學上翻譯成模式、樣式、胚騰，尤以「胚騰」這個詞兼具意譯及音譯。「騰」原意是馬在奔馳，也可引申為興起突現之意，「胚」是胚胎，引申為事之發端，與騰字合起來，就變成「其來有自的突現」。也就是說任何一個看似突然或特別的現象，其實背後一定都有其發生的依據及規律（曹亮吉，2003）。本教學活動所探討的Pattern指的就是物件之間隱藏的規律關係，可視為廣義的規律。 Steen 認為數學已從「一門研究數、量、形的學問」轉變成為「一門pattern的科學」；數學家從數字中、空間中、電腦裡甚至是從想像中尋找pattern，而數學定理便是研究pattern 裡與pattern 間的關係（洪明賢，2003；引自Zimmermann &Cunningham，1991）。因此，對pattern的探求，是數學教學的重要課題，以引導學生具備尋找規律、察覺胚騰並做出正確推理的能力。。 貳、推理與解題 課程綱要（教育部，2003）裡指出：「學生能力的發展始於流利的基礎運算和推演、對數學概念的理解，然後懂得利用推論去解決數學問題，包括理解和解決日常問題，以及在不熟悉解答方式時，懂得自尋解決問題的途徑。抽象化能力始於能運用符		

號、記號、模型、圖形或其他數學語言、清楚傳達量化、邏輯關係。發展邏輯思考，用來分析證據、提出支持或否定假設的論點。啟發學生自行在不同數學概念之間做連結，並連結數學與其他學習領域。學生要能將數學運用在日常生活中，學習欣賞數學，從而發展探究數學以及與數學相關學科的興趣。」

雖然在課程綱要分年細目6-n-10詮釋中提及：本細目在六年級課程應佔相當份量，作為國小課程之總結。本細目之重點在解題，希望能整合國小階段所學到之數、量、運算、數量關係，解未知數等式之經驗，進行應用問題之解題，包含說明題意，列式表述問題，發展策略解題。……希望學童能分析問題，列出多步驟之算式來解題(不一定用算式填充題)。但是數量形的推理訓練是自一年級起應逐步讓學生接觸，並不限於六年級實施，因此在教學上要透過非例行性問題的解題的歷程，來培養邏輯推理能力。

參、解題的歷程

數學教育大師波利亞（Polya）提出解題的歷程可分為四個步驟：一、了解問題：未知數是什麼？已知數是什麼？條件是什麼？二、擬定計畫：找出已知數和未知數的關係，如果關係不是很明確，就試著考慮類似的問題，想出解題的計畫。三、執行計畫：把計畫付諸實現，並仔細檢查每一個步驟。四、驗算與回顧：驗算所得答案並檢驗論證過程，想想是否有不同方法得出相同答案，能否把答案或結果應用在別的問題上（蔡坤憲譯，2006）。

課程綱要（教育部，2003）中的「連結」能力指標，亦可詮釋解題的歷程：一、察覺：察覺佈題中與數學相關的情境；二、轉換：把情境中相關的數、量、形析出並以數學語言表出；三、解題：選擇合適的數學表徵、熟悉解題的各種歷程、運用解題的各種方法，瞭解一數學問題可有不同解法並嘗試不同的解法；四、溝通：能用數學語言呈現及說明解題的過程，並尊重他人的多元想法；五、評析：能評析解法的優缺點並將問題與解題一般化。

【教材地位】

先備經驗	本單元學習	未來學習
- 能找出1組數的數列規律。 - 理解四則運算算則。 - 能將生活情境中的問題表徵為含有x、y…的等式或不等式。 - 能解決含x、y…的等式問題。	- 透過布題的討論和觀察，簡化問題後察覺數量的樣式，進而發現數量樣式的一般式。 - 使用文字符號表徵生活情境中的數量關係，及了解表徵式的異同。 - 用文字符號表徵生活情境問題中的未知量，並列成等式。	- 能察覺數量模式與數量模式之間的關係。 - 能將兩數量之間的關係，用代數的方法表示。

【教學重點】

本教學活動設計主要在指導學生透過觀察圖形間變化的規律性，以歸納出解題的方法。有別於坊間教科書直接指導學生利用列表來找規律，讓學生利用表中的數字作

形式上的計算，本教學活動更強調對圖形的觀察，從圖形本身的樣式來尋找規律，因此在教學中鼓勵學生主動探索、觀察、歸納與演繹而發展出多樣的解題策略，從發表中評析、比較自己與他人的解題策略，以作為日後解題課程的基礎。

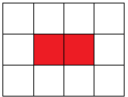
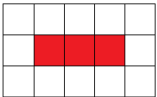
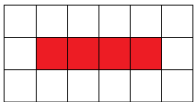
【教學準備】

- 1.教師預先製作教具圖卡。
- 2.學生二人一組，每組 A3 影印紙一張，深色彩色筆 2 支。

【參考文獻】

- 波利亞（2006）。**怎樣解題**（蔡坤憲譯）。台北：天下遠見。（原著出版年：1945 年）
- 洪明賢（2003）。**國中生察覺數形規律的現象初探**。國立台灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文。
- 教育部（2003）。**國民中小學九年一貫課程綱要 數學學習領域**。
- 曹亮吉（2003）。**阿草的數學聖杯**。台北：天下遠見。
- 黃敏晃（2000）。**規律的尋求**。台北：心理。

教學活動流程：

教學目標	主要問題與活動	說明	評量重點
• 透過布題的討論和觀察，簡化問題後察覺數量的樣式，進而發現數量樣式的一般式。 • 使用文字符號表徵生活情境中的數量關係，及了解表徵式的異同。 • 用文字符號表徵生活情境問題中的未知量，並列成等式。	一、引起動機 有一個水泥匠，他有一個特別的習慣，就是他鋪設的磁磚圖案看起來都很像，看起來都有一些規則…… 二、布題一：  圖1  圖2  圖3 (1) 你觀察到什麼？【察覺】 (2) 請你想想看，第 4 個圖的地磚要怎麼排呢？紅磚會有幾塊？請你把它畫下來。【察覺】 (3) (第 4 個圖) 有幾塊紅磚？幾塊白磚？你是怎麼數的？請你用算式記錄下來。【轉化】 (4) 當紅磚有 10 塊時，白磚需要幾塊呢？請你列出算式算算看。【解題】 (5) 想想看，紅磚的數目和白磚的數目有什麼關係呢？你能不能用一個算式來表示？【解題】	• 教師在陳述題目後，由學生發表所理解之題意，以澄清題意。 • 確認學生能知道第 4 個圖有 4 塊紅磚。 • 學生可能的解法：  圖4 • 請學生發表解題策略 • 請學生上台發表【溝通】 • 學生可能的解法： 1. 拆解圖形：$\boxed{10} \times 2 + 3 \times 2 = 26$ $(\boxed{10} + 2) \times 2 + 2 = 26$ 2. 視為對稱圖：$(3 + \boxed{10}) \times 2 = 26$ 3. 面積：$(\boxed{10} + 2) \times 3 - \boxed{10} = 26$ • 請學生上台發表並討論【評析】 • 學生可能的解法： 1. 紅磚數$\times 2 + 3 \times 2 =$ 白磚數 2. $(3 + \text{紅磚數}) \times 2 =$ 白磚數 3. $(\text{紅磚數} + 2) \times 3 - \text{紅磚數} =$ 白磚數 4. $(\text{紅磚數} + 2) \times 2 + 2 =$ 白磚數	• 能進行解題活動，並知道圖 4 有 4 個紅磚、14 個白磚。 • 能知道白磚要 14 個 • 能知道白磚要 26 個 • 能列出算式並參與討論和發表。

	(6) 現在你已經知道紅磚和白磚的關係，那麼當紅磚有 30 個時，白磚需要幾個呢？請你列出算式。【評析】 (7) 【綜合活動】 說說看，這一堂課上了些什麼？你在這一節課學到什麼？	• 學生可能解法： 套用關係式求出答案為 66 • 學生只要能就本節學習的範圍發表正確的想法皆可接受。 • 此活動重點在讓學生回顧與統整學習的內容，若學生無法具體說出，則由教師引導、歸納：尋求規律的解法不只一種，學生可以試著找出所有可能的解法，以培養多元的解題彈性。	• 能知道白磚要 66 個 • 能參與討論和發表。
~本節課結束~			

延伸題（一）：

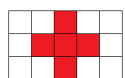


圖1



圖2



圖3

你能算出第 10 個圖有幾塊紅磚？幾塊白磚嗎？

延伸題（二）：

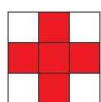


圖1

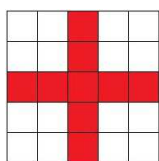


圖2

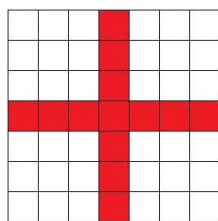


圖3

你能算出第 10 個圖有幾塊紅磚？幾塊白磚嗎？

延伸題（三）：

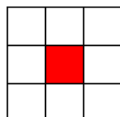


圖1

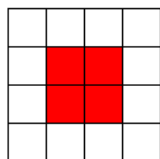


圖2

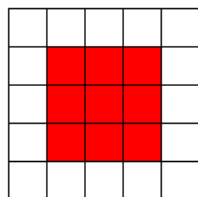


圖3

你能算出第 10 個圖有幾塊紅磚？幾塊白磚嗎？