

數學教學評量

~命題技巧與實務分享~

台北市數學科輔導團

楊美伶校長

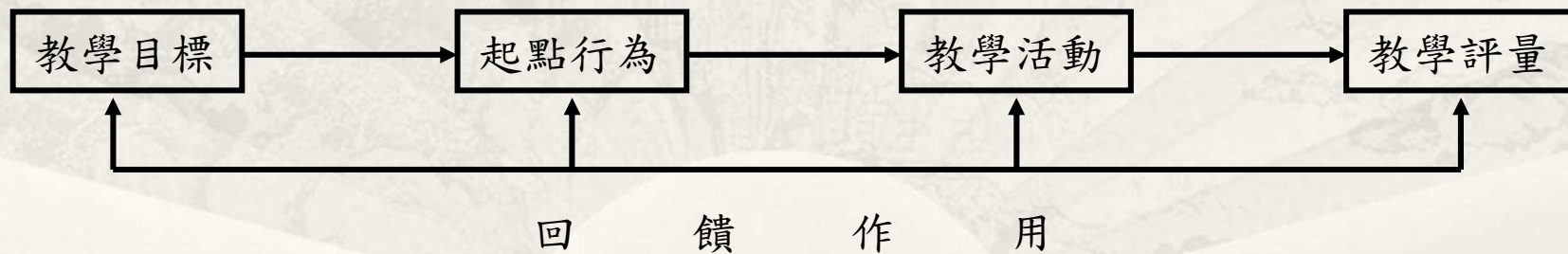
林欣政

談些什麼

- * 教學評量的意義和目的
- * 學生的數學能力
- * 命題的程序和原則
- * 試題觀摩和討論

教學評量的意義

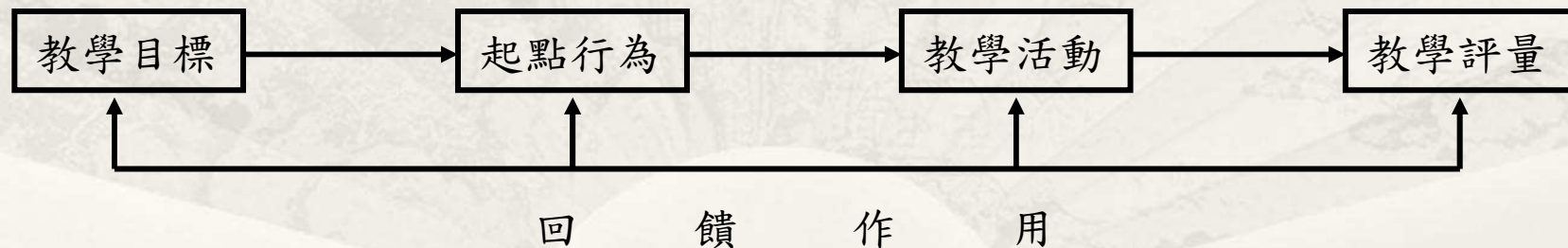
- * 教學評量是依據教學目標，運用科學方法，對學生的評量結果，從事研究和分析的一系列活動。



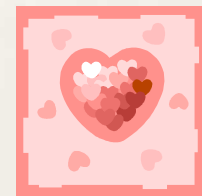
教學基本模式

教學評量的目的

- * 對教師的回饋作用
 - * 瞭解學生的起點行為
 - * 瞭解教學的效果
 - * 瞭解學生的學習困難

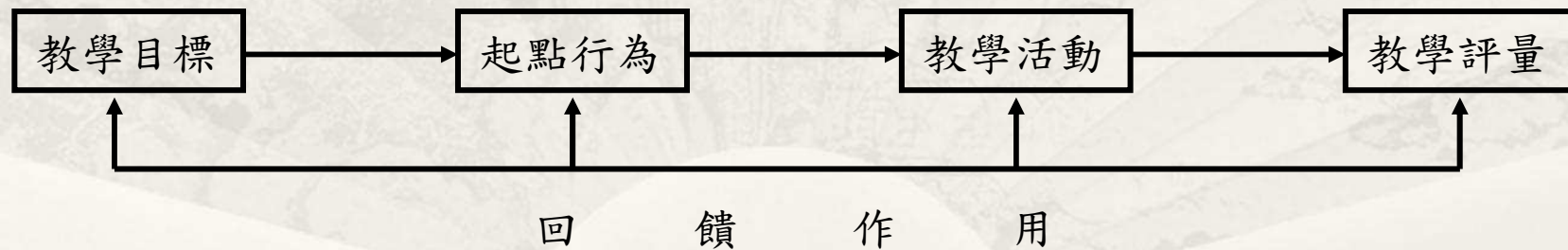


教學基本模式



教學評量的目的

- * 對學生的回饋作用
 - * 增進學生瞭解教學目標
 - * 激發學生的學習動機
 - * 增強學生的自我瞭解



教學基本模式

教學評量的種類

* 依評量的目的分

- * 安置性評量—確立具備學習新單元的起點行為
 - * 預備性前測
 - * 安置性前測
- * 形成性評量—及時發現學習困難以改進教學
- * 診斷性評量—分析學習困難的原因以補救教學
- * 總結性評量—評定學習成績確定教學效果

Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS 2003) 試題結構

	數	測量	幾何	統計	代數	合計
知道						20%
使用						20%
解題						40%
推理						20%
合計	40%	20%	15%	10%	15%	100%

數學能力

- * 臺北市數學檢測參考自美國教育進展評量 (NAEP) 的方式將數學能力區分為三種能力：
 - * 程序性知識
 - * 概念性了解
 - * 應用解題

程序性知識

- * 程序性知識包含數學上各種的計算算則，此算則是作為一種工具，創造有效率的需求。
- * 在臺北市數學檢測中，將閱讀與製作圖表，幾何作圖，及執行一些非計算技能，如四捨五入法、排序也都被認為是程序性知識。
- * 學生要能選擇及應用適當的正確程序，驗證與判斷程序的正確性，來展示他們的程序性知識。

程序性知識試題編擬示例

下面的直式中，()的數字應是多少？

$$\begin{array}{r} 158 \\ + 97 \\ \hline (\quad) \end{array}$$

- (1) 145 (2) 155 (3) 245 (4) 255

用來評量學生是否正確進行加法直式計算。
基本上學生如果了解加法直式計算的意義和規則，就能夠正確判斷。

概念性瞭解

- * 概念性了解為有意義執执行程序上所不可缺少且與解題有密切的連結。
- * 學生展示概念性了解有許多不同的方式，包含產生一般的範例及反例，使用模式、圖形與符號，辨認與使用原理，知道與應用事實及定義，建立不同表徵模式的連結，比較、對照、及統整概念，解釋與應用符號去表示概念，及解釋假定與關係等。

概念性瞭解試題編擬示例

將一個四邊形等比例放大、縮小，下列什麼“不會”改變？

- (1)長 (2)寬 (3)角度 (4)面積

用來評量學生是否了解相似圖形之間的關係。

基本上學生如果了解「相似圖形」的意義，就會知道兩個相似圖形之間對應的邊長成正比，對應的角度相等。

應用解題

- * 應用解題包含在新情境中使用已累積的數學知識的能力。
- * 學生展示解題技能有辨認及形成數學問題，決定是否充分與一致性的資料，使用策略、數據、模式、及相關的數學，使用推理(空間、歸納、演繹、統計、比例)及判斷答案的合理性與正確性。

應用解題試題編擬示例

老師利用影印機將一個長方形圖形縮小成60%，已經知道長方形的長為15公分、寬為6公分，請問縮小後的長方形面積是多少平方公分？

- (1) 21.4 (2) 32.4 (3) 54 (4) 66

用來評量學生是否了解一個圖形經放大、縮小後的兩個圖形之間的關係，亦即「相似圖形」的概念。

基本上學生如果了解「相似圖形」的意義，就會知道兩個相似圖形之間對應的邊長成正比，對應的角度相等，因而進一步解決兩個相似圖形之面積計算問題。

有一個小學生，他的所有的學科成績都很好，除了數學以外。他的父母親作了所有的事，都沒辦法讓他願意乖乖地學好數學。最後，他們決定把孩子轉進一所天主教學校。

孩子在天主教學校唸了一個禮拜，第一次段考結束寄發成績單到家裏。孩子的父母親打

開成績單，赫然發現他的數學成績是**A**。

他們欣喜萬分地抱住兒子，為他的進步激動不已。

「是因為那些修女的訓示嗎？」爸爸問。

「不是。」兒子回答。

「是學校課前的禱告嗎？」媽媽問。

「不是。」

「是教科書，老師還是學校課程的安排？」爸爸又問。

「都不是。」

「喔，親愛的，那是什麼原因讓你願意學好數學呢？」媽媽問。

孩子說：「進學校的第一天，我看見有一個人被釘在加號上面，我才知道，這個學校是玩真的。」

命題的程序



命題常見問題

- * 紙筆測驗缺乏整體試題結構分析(雙向分析)
- * 命題無法精準呼應教學目標(能力指標、分年細目)及反映學生學習
- * 試題題意不清
- * 試題答案不一
- * 選項缺乏誘答力
- * 沒有顧及難易適中原則

全國檢測

四、六年級題庫架構—內容、年級雙向細目表

(示例)

內容 \ 年級	四	六	總題數
數與計算	25(35%)	20(25%)	45
量與實測	20(25%)	10(10%)	30
幾何	15(20%)	25(25%)	40
統計	7(10%)	10(10%)	17
代數	8(10%)	25(30%)	33
總題數	75	90	165

全國檢測

表二 四、六年級題庫架構－內容、能力雙向細目表（示例）

內容 \ 能力	概念理解	程序執行	問題解決	總題數
數與計算	15	15	15	45
量與實測	10	10	10	30
幾何	14	13	13	40
統計	5	6	6	17
代數	11	11	11	33
總題數	55	55	55	165
(%)	(33.33%)	(33.33%)	(33.33%)	(100%)

定期考試 (考查範圍內分析)

雙向細目分析

認知層次與教學單元雙向分析表

認知層次 教學單元	知識	理解	應用	分析	綜合	評鑑	合計
	記憶	瞭解	應用	綜合	評鑑	創造	題數
1.二千以內的數(5節)	2	4	3	1	1	1	12
2.認識年月日幾點幾分(5節)	2	4	3	1	1		11
3.三位數的加減(7節)	2	4	6	1	2	1	16
4.認識三角形長方形及其構成要素(5節)	2	4	3	1		1	11
合計題數	8	16	15	4	4	3	50

定期考試(單元內分析)

雙向細目分析

認知層次與教學目標雙向分析表

認知層次 教學目標	知識	理解	應用	分析	綜合	評鑑	合計
	記憶	瞭解	應用	綜合	評鑑	創造	題數
1.三位數的概數意義		1	1				2
2.二千以內的數的說讀聽寫作	2	2		1			5
3.二千以內的數的分解合成			2			1	3
4.二千以內的數的大小比較		1			1		2
合計題數	2	4	3	1	1	1	12

年級測驗

能力指標項目 (學習項目)		程序執行 (43 %)		概念理解 (22 %)		應用解題 (35 %)		合計 題數	合計 總分
		題 數	分 數	題 數	分 數	題 數	分 數		
數與量 (約80 %)	百分比 76%	22	34	5	12	9	30	36	76
幾何 (約10 %)	百分比 13%	1	3	8	10	0	0	9	13
代數 (約10 %)	百分比 11%	3	6	0	0	1	5	4	11
總分	100%	26	43	13	22	10	35	49	100

選擇題命題原則

1. 原創性

2. 公平性

3. 其他注意事項

(1)題意完整明確、提供足夠解題資訊且切合評量目標

(2)每個試題只問一個問題，避免同時包含太多概念

(3)試題的文字敘述應簡潔、明白，避免出現跟答案無關的內容

(4)取材需為課程中重要觀念且情境自然合理，符合學生的生活經驗

選擇題命題原則

- (5) 試題若含圖表，圖表必須是答題重要資訊的來源且須簡潔清楚
- (6) 答案明確唯一，不會引起爭議
- (7) 正確答案隨機變化位置，且其出現在各選項的機率應大致相等
- (8) 選項要具有誘答力，宜依某種邏輯次序排列並盡量字數相近。
- (9) 標點符號的使用要準確
- (10) 圖示一般以參考為主，但不宜與事實差距太大
- (11) 試題盡量避免問「何者為非/錯誤」

【題幹方面】

1. 試題的題幹應僅提出「一個明確的問題」，否則失去診斷價值。
2. 不要將四個是非題拼湊成一個選擇題，以致缺少一個明確的中心問題。
3. 題幹本身應為完整的敘述，不能只是一個字、詞、或是一個名詞。
4. 若以「未完成敘述句」作為題幹，題幹應能傳達完整問題。
5. 題幹要簡潔，避免無關陳述(100字以內約為合理範圍)。
6. 儘可能將共同的用字移到題幹上。

【題幹方面】

7. 試題如為參考課本習作，必須重新組織，避免抄襲。
8. 題幹避免用否定敘述，如須以否定句陳述問題，則需強調否定用字。
9. 若題幹要求學生從選項中選出一正確者或錯誤者，請使用以下之固定敘述方式：
 - (1) 下列有關…的敘述，哪一個是正確的？(哪一個是錯誤的？) 或
 - (2) (引言)…，哪一個敘述(或選項)是正確的？
(哪一個是錯誤的？)

【選項方面】

1. 盡量以隨機方式變化正確答案的位置，正確答案出現在各選項的機率應大致相等。
2. 選項不要放在題幹中間，以免題幹分裂為二。
3. 標準答案必須是唯一的正確答案或是最佳答案。
4. 誘答選項必須具有同質性與似真性。

【選項方面】


5. 選項避免出現「總是、一定、絕對、從來、所有」等副詞。
6. 不要過度使用「以上皆是」或「以上皆非」的選項。
7. 選項宜依邏輯次序(如由小至大、時間先後等)排列。
8. 選項之間應為獨立、互斥，避免意義重疊。

選項誘答力

9. 選項具有誘答力

- a、一個有誘答力的選項，會吸引概念不正確或不具備該能力的學生選擇，但概念正確的學生，仍能分辨出正確答案與誘答選項。
- b、為使誘答選項具有誘答力，設計選項時，每個選項的詞語表達、長度、題幹間的邏輯性都應該儘量相同。

命題討論

The background features a large, semi-circular fan with a traditional Chinese landscape painting. The painting depicts a mountainous landscape with trees, a river, and a small boat. The fan is positioned centrally, with the title text overlaid on it.

老師發現一個學生在作業本上的姓名是：木（**2+3+1**）。

老師問："這是誰的作業本？"




一個學生站起來："那是我的"


老師："你叫什麼名字？"

學生："林森木"

老師："那你怎麼把名字寫成這樣呢？"

學生："我用的是**乘法分配律**。"

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31		33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43		45	46	47	48		50

在  的前面共有 () 格

答對率40%

學生回答如下：1、8、18、3

學生在想些什麼？

評量的目的是否達成？

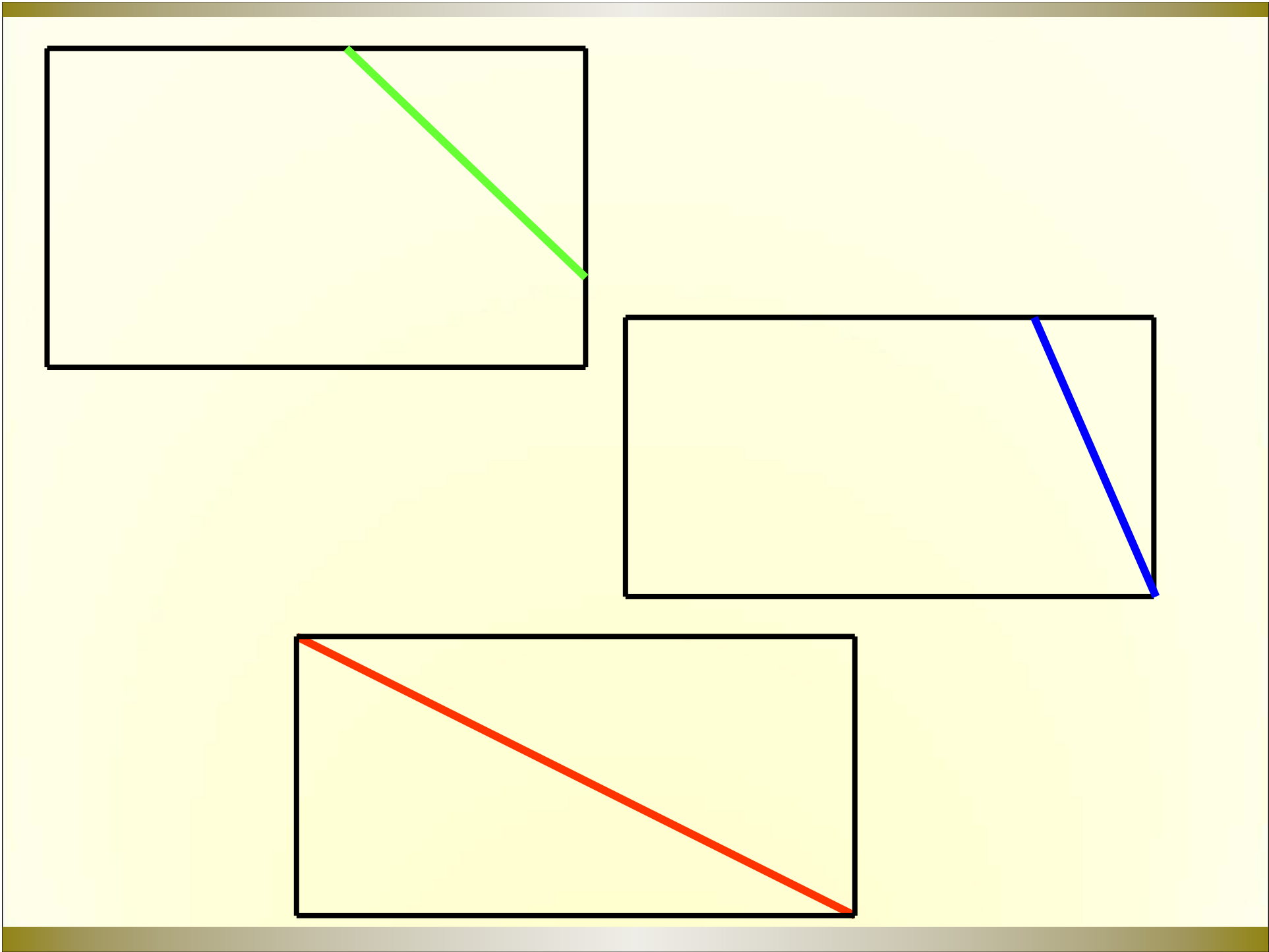
* 一張長方形的色紙，剪去一個角之後，還剩下多少個角？

(1) 3個

(2) 4個

(3) 5個

(4) 以上皆非



試題觀摩

例1

* 在「5195876」這個數中，框起來的5是畫底線5的幾倍？

① 10000

② 1000

③ 0.0001

④ 0.001



例2

成功國小有一塊花園，平分給甲、乙、丙、丁四個班級整理，每個班級分到的面積是 $4\frac{4}{5}$ 平方公尺，請問這個花園的面積是多少平方公尺？

① $1\frac{1}{5}$

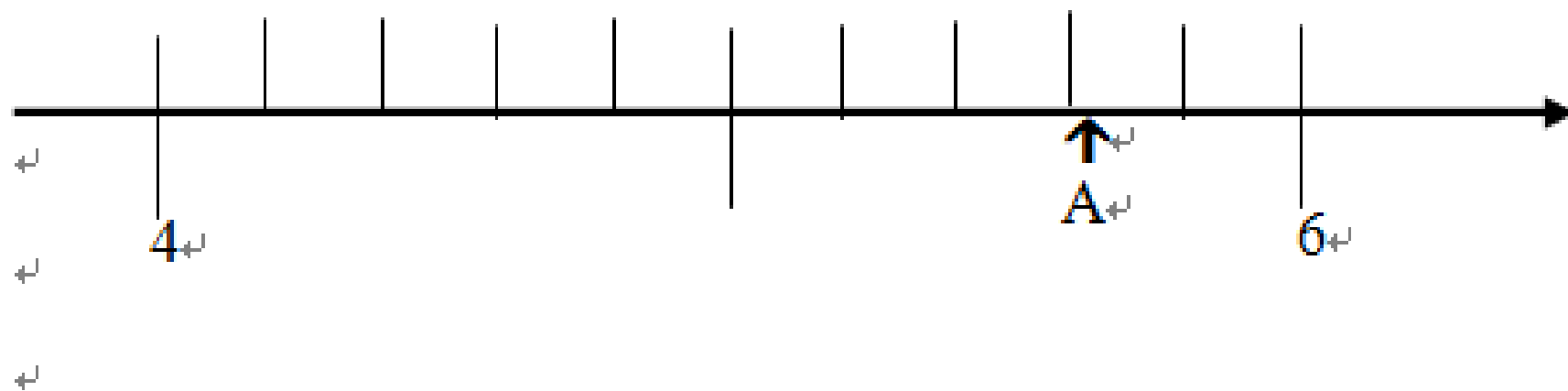
② $7\frac{1}{5}$

③ $16\frac{4}{5}$

④ $19\frac{1}{5}$

例3

下圖中，數線上的 A 點用小數表示是多少？



① 4.8

② 5.3

③ 5.6

④ 5.8

↖



例4

下面哪一個圖形的面積最小？

甲：長12公分，寬8公分的長方形。

乙：底12公分，高8公分的三角形。

丙：底12公分，高8公分的平行四邊形。

丁：邊長12公分的正方形。

- ① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 丁

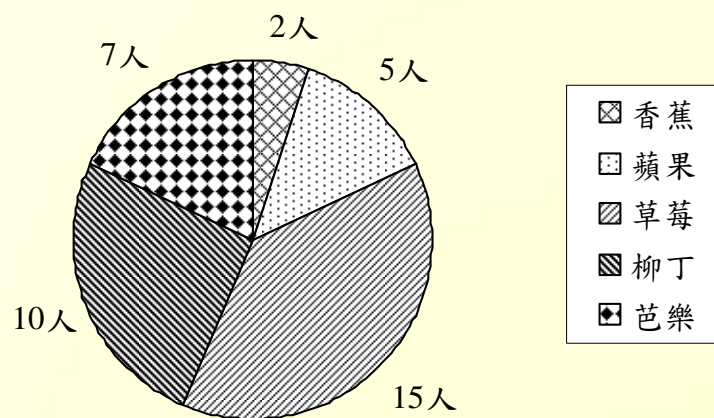
例5

有甲、乙、丙、丁四個柱體容器，這些容器高度相同，底面積為甲 > 乙 > 丙 > 丁，小華在每個容器倒入5公升的水，水面由高到低的順序，下列哪個選項是正確的？

- ① 甲 > 乙 > 丙 > 丁
- ② 丁 > 丙 > 甲 > 乙
- ③ 乙 > 甲 > 丙 > 丁
- ④ 丁 > 丙 > 乙 > 甲

例6

下圖是三年二班學生最喜歡吃的水果統計圓形圖，下列哪一個敘述是正確的？

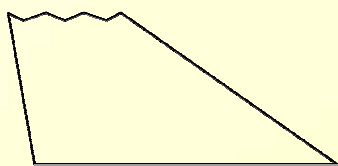


三年二班學生最喜歡吃的水果統計圓形圖


- ① 喜歡吃芭樂的人數比喜歡吃柳丁的人數多
- ② 全班有超過一半的學生喜歡吃草莓
- ③ 全班有三分之一的學生喜歡吃芭樂
- ④ 喜歡吃草莓、蘋果、香蕉的人數比喜歡吃柳丁和芭樂的人數多

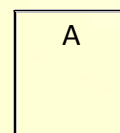
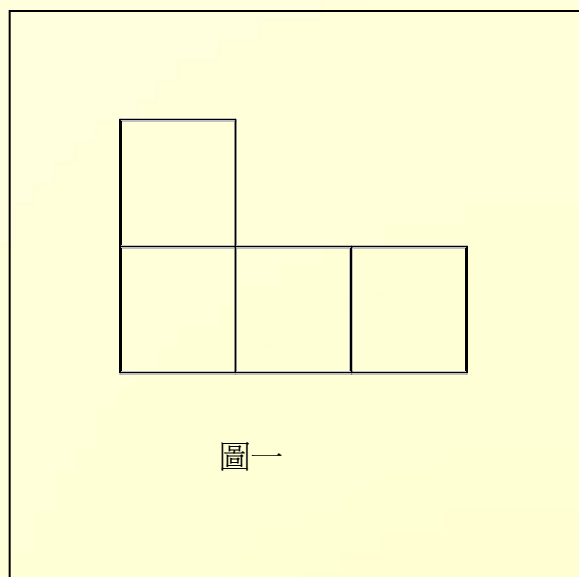
例7

「有一個三角形，小明把其中的一個角撕去後，結果如下圖。請問小明撕去的角是幾度？把你的做法寫下來。(可以使用量角器來幫助你作答)



例8

「如何移動  和圖一組合成一個線對稱圖形？



例9

請你設計一個數學題目，這個題目可以用「 **$15 + 20 \times 4$** 」算出答案。把你設計的題目寫下來。

解題類型舉隅

一盒巧克力15元，一盒餅乾10元，媽媽買一盒巧克力和四盒餅乾，共要多少元？

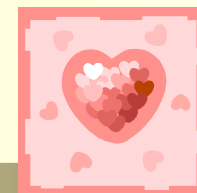
Mimi 商店正在大特價，原價35元的超級三明治特價20元，另外，在活動期間只要加15元即可有一杯價值65元的熱可可。小安安買了4個超級三明治，還加買了一杯熱可可，請問小安安要付多少錢？

解題類型舉隅

有一包糖果，有15顆牛軋糖，還有20顆巧克力，媽媽買了4包，請問有幾顆糖果？ 和

$$\begin{aligned} & 15 + 20 \times 4 \\ & = 35 \times 4 \\ & = 140 \end{aligned}$$

A 140 顆



例10

題目：算算看，並把你的算法和答案寫下來。

$$16 + 64 \div (24 - 8 \times 2) \times 2$$

評量目的：本試題主要在評量學生是否確實掌握四則混合計算的算則規約並正確計算出答案。

得分	解題類型舉隅	解題類型分析
0分	$16 + 64 \div (24 - 8 \times 2) \times 2$ $= 16 + 64 \div (24 - 16) \times 2$ $= 80 \div 8 \times 2$ $= 20$	<p>使用逐次減項，括號內雖能先乘後減，而化簡第二式 $16 + 64 \div (24 - 16) \times 2$ 時，未能先除後加而算錯（依序由左至右計算，先運算 $16 + 64$）。</p>

得分	解題類型舉隅	解題類型分析
0分	$16 + 64 \div (24 - 8 \times 2) \times 2$ $8 \times 2 = 16$ $24 - 16 = 8$ $64 \div 8 = 8$ $16 + 8 = 24$ $24 \times 2 = 48$ <p style="text-align: right;">A: 48</p>	未能使用逐次減項，而且括號內雖能先乘後減，化簡至 $16 + 8 \times 2$ 時，未能先乘後加而算錯。

得分	解題類型舉隅	解題類型分析
0分	$ \begin{aligned} &16 + 64 \div (24 - 8 \times 2) \times 2 \\ &= 16 + 64 \div (24 - 16) \times 2 \\ &= 16 + 64 \div 8 \times 2 \\ &= 16 + 64 \div 16 \\ &= 16 + 4 \\ &= 20 \end{aligned} $ <p style="text-align: center;">A: (20)</p>	<p>雖依整數四則運算規則計算，但在化簡第三式「$16 + 64 \div 8 \times 2$」時，卻受到先乘後除的影響先算「8×2」而算錯。</p>

30

$$2. \quad 290 - 210 \div 7 \times 3$$

$$= 290 - 30 \times 3$$

$$= 260 \times 3$$

$$= 780$$

$$3. \quad 2400 \div 16 \div 5 \div 3$$

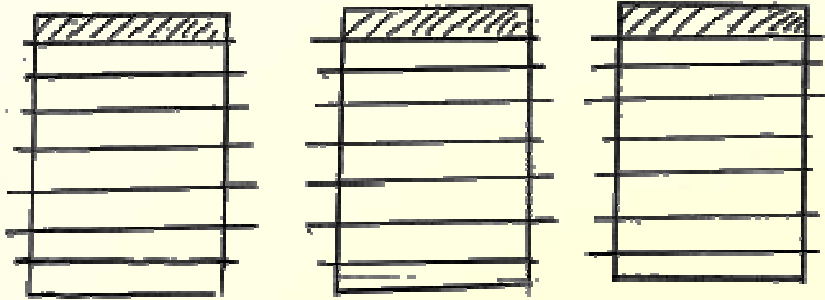
30

$$= 150 \div 5 \div 3$$

例11

「8個人平分3個喜餅，每個人可以分到幾個喜餅？」請畫圖表示怎麼分，並寫出作法及答案。

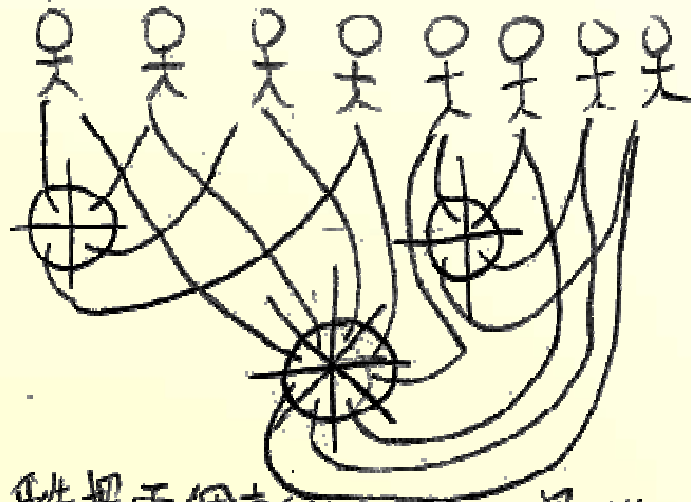
解題類型舉隅



$$3 \div 8 = \frac{3}{8}$$

A: $\frac{3}{8}$ 個

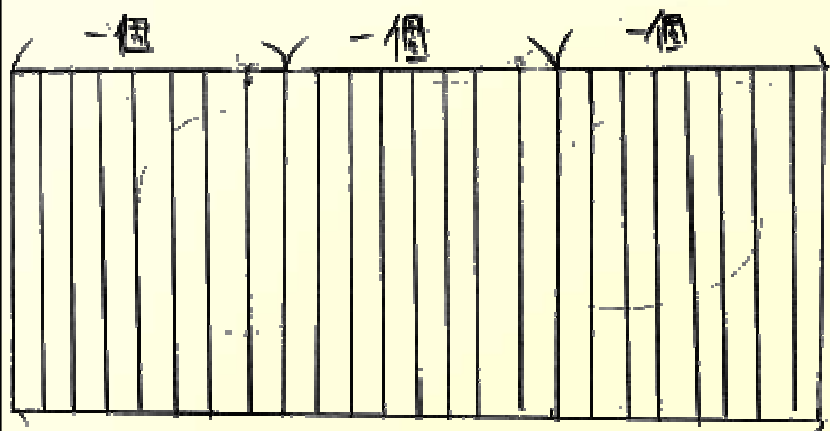
解題類型舉隅



我先把兩個喜餅平分完，最後一個平分成
八份

$$A: \frac{2}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

解題類型舉隅



要分成 24 塊

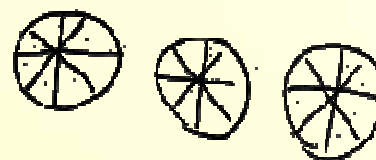
$$24 \div 8 = 3$$

A: 3個

解題類型舉隅

$$24 \div 8 = 3$$

$$3 = 24 \text{ 塊}$$



A: $\frac{3}{24}$ 塊

例12

樂樂巴士					
臺北←→宜蘭		發車時刻表			
第一班	上午 8 : 25		第四班	下午 1 : 30	
第二班	上午 10 : 20		第五班	下午 3 : 20	
第三班	中午 12 : 10		第六班	下午 5 : 15	
全票60 元		學生票35 元			

- (1) 全票 () 元，學生票 () 元
- (2) 早上 **8 : 15** 到車站，最早可坐幾點幾分的車？ () 點 () 分
- (3) 平平 到站時間是下午 **2:40**，最快可坐第 () 班車。

例13

$$0.382 \times 8 - 0.182 \times 8 = (\quad)$$

$$2745 \times 13 = 35685$$

$$27.45 \times 13 = (\quad)$$

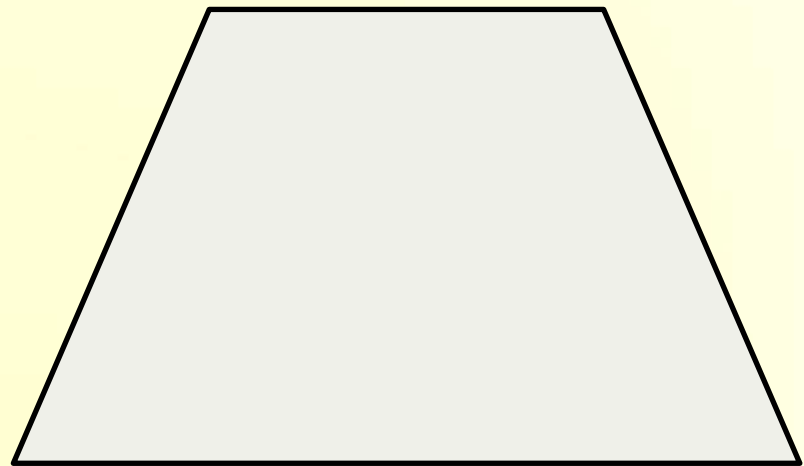
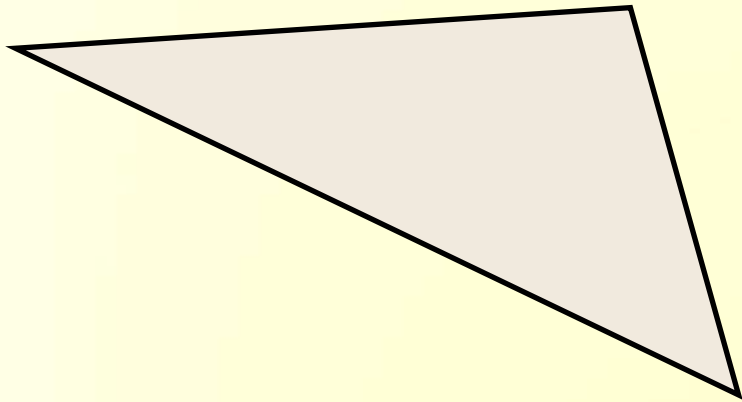
$$2.745 \times 13 = (\quad)$$

$$27.45 \times 130 = (\quad)$$

$$2.745 \times 130 = (\quad)$$

例14

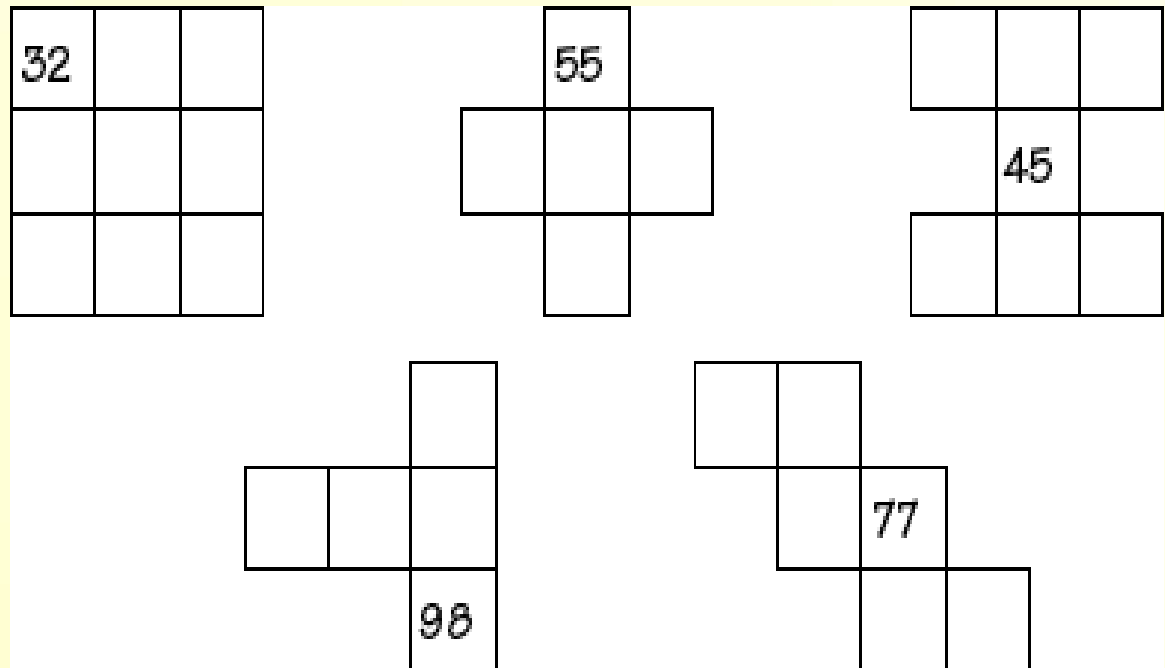
請算出下面圖形的面積？



例15





Ms. Evenodd decided to display the whole numbers from 0 to 109 in a different way. Here is part of her numeral chart. Can you complete the next three rows of Ms. Evenodd's chart?

0	2	4	6	8
1	3	5	7	9
10	12	14	16	18
11	13	15	17	19
20	22	24	26	28
21	23	25	27	29
30	32	34	36	38
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮



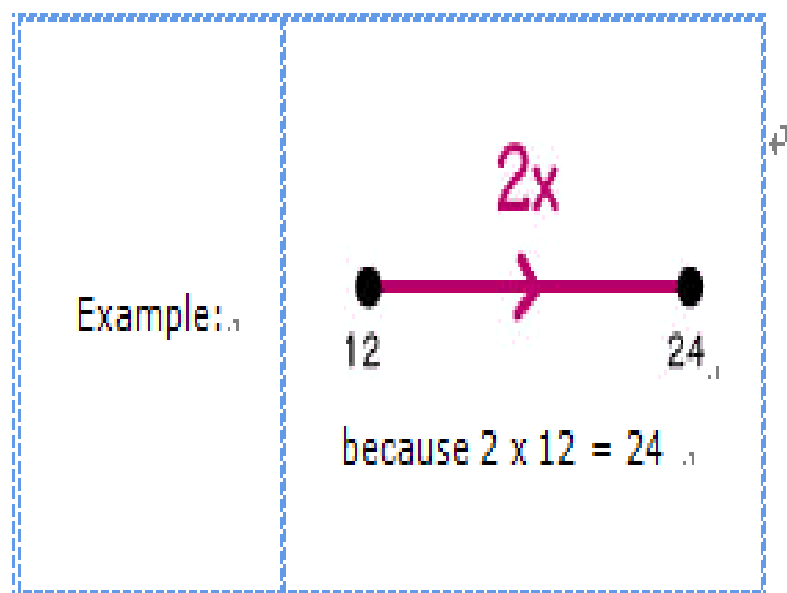
例16

Zona tried to add the numbers 549 and 286 on her calculator. Each time she pressed just one wrong key.

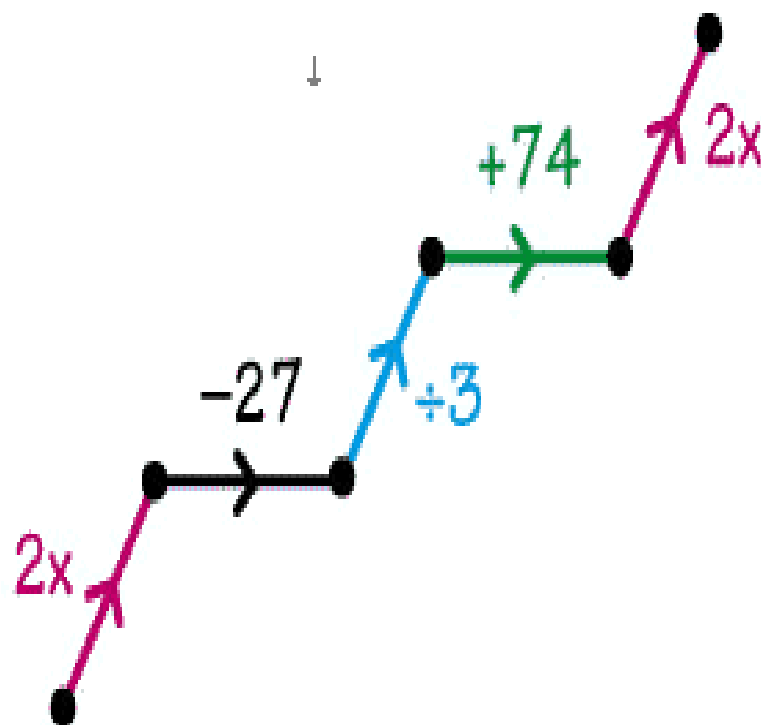
	+ The display shows 855. + Which wrong key did she press?
	+ The display shows 535. + Which wrong key did she press?
	+ The display shows 263. + Which wrong key did she press?
	+ The display shows 837. + Which wrong key did she press?

例17

In this arrow picture, each arrow has its own label.



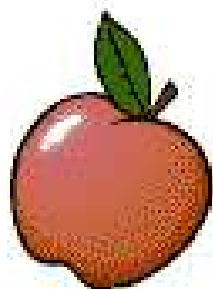
129
117
78
234
43
156



PROBLEM OF THE DAY

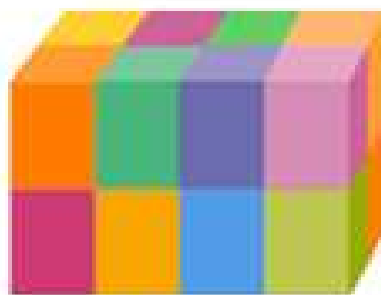
11

mathSURF



Each  weighs 2 pounds.

How much does this weigh?



簡報完畢、敬請指教

